



CENTRAAL BUREAU VOOR DE STATISTIEK

Postbus 4000, 2270 JM VOORBURG

Divisie Research en Ontwikkeling
Sector Statistische Methoden

Divisie Landbouw, Nijverheid en Milieu
Sector Milieu

MILIEU EN NATIONAAL PRODUKT IN DE ECONOMISCHE THEORIE*

Bart de Boer
Roy Brouwer
Kees Zeelenberg

*) De in dit rapport weergegeven opvattingen zijn die van de auteurs en komen niet noodzakelijk overeen met het beleid van het Centraal Bureau voor de Statistiek

BPA no.: 6165-95-RSM
18 juli 1995

Proj.LMI-9455-2
Eerste versie

Inhoudsopgave

Samenvatting

1. Inleiding	1
2. Nationaal inkomen in een intertemporele economie	4
2.1 Inleiding	4
2.2 Optimale groei	4
2.3 Optimale groei en marktmechanisme	10
2.4 Nationaal produkt en welvaart	12
2.5 Exogene technische verandering	15
2.6 Duurzaamheid	16
3. Gebruik van natuurlijke hulpbronnen	17
3.1 Produktie afhankelijk van de verbruiksstroom	17
3.2 Produktie afhankelijk van het beslag op de voorraad	20
4. Milieuverontreiniging	24
5. Emissie gekoppeld aan het verbruik van een niet-vernieuwbare hulpbron	28
6. Conclusies en aanbevelingen voor verder onderzoek	32
Bijlage A: Natuurlijke hulpbronnen in een model met expliciete produktiestructuur	37
Bijlage B: Emissies in een model met expliciete produktiestructuur	43
Literatuur	48

SAMENVATTING

In dit rapport wordt een overzicht gegeven van de relatie tussen welvaart, milieu en nationaal inkomen in de economische theorie. Dit gebeurt aan de hand van het optimale-groeimodel van Ramsey. Eerst wordt de relatie tussen welvaart en nationaal inkomen in een model zonder milieu behandeld. Daarna wordt ingegaan op deze relatie voor 4 modellen waarin op verschillende manieren het milieu is opgenomen. Het is daarbij van belang te weten, dat met het nationaal produkt het nationaal produkt volgens het model wordt bedoeld. Alleen als het model een goede weergave is van de werkelijkheid, is het nationaal produkt volgens het model gelijk aan het nationaal produkt zoals we dat feitelijk waarnemen.

Voor een economie met uitputbare hulpbronnen, zoals aardolie, blijkt dat de welvaartsmaat gelijk is aan het nationaal produkt minus de verandering in de voorraad van de hulpbron gewaardeerd tegen zijn schaduwprijs.

Voor een economie met beperkte hoeveelheid ruimte blijkt dat de welvaartsmaat gelijk is aan het nationaal produkt minus de kosten van ontginning en minus de verandering in de gebruikte oppervlakte gewaardeerd tegen de marginale ontginningskosten.

In het derde model wordt een economie beschreven waarin consumenten waarde hechten aan de kwaliteit van het milieu, terwijl deze kwaliteit negatief beïnvloed kan worden door emissies uit het productieproces, zoals de uitstoot van CO_2 . De welvaartsmaat is dan gelijk aan het nationaal produkt plus de waarde van de milieukwaliteit minus de waarde van de verandering in de milieukwaliteit.

Tenslotte wordt gekeken naar een combinatie van het eerste en het derde model, waarin de emissies gekoppeld zijn aan het gebruik van een uitputbare hulpbron, zoals uitstoot van CO_2 door verbranding van fossiele brandstoffen. De correctie-termen, die van het nationaal produkt een welvaartsmaat in de hier besproken zin maken, zijn in dat geval niet zonder meer de som van de correctietermen afzonderlijk: in de welvaartsmaat verschijnt nu bovendien een zogenaamde 'carbon tax' op het verbruik.

1. Inleiding

In een economie vinden allerlei transacties plaats tussen bedrijven, gezinnen, overheid en buitenland. De geldstromen die gepaard gaan met deze transacties worden vastgelegd in de Nationale Rekeningen, die in Nederland jaarlijks door het Centraal Bureau voor de Statistiek worden opgesteld.

De Nationale Rekeningen beschrijven de feitelijk functionerende economie waarin alleen de handel en wandel van marktbaar goederen en diensten, dat wil zeggen goederen en diensten waarvoor een prijs bestaat, voor het voetlicht komen. Niet-marktbare goederen en diensten blijven buiten beschouwing. Tot de laatste categorie behoort het overgrote deel van de milieugoederen en -diensten, ook wel milieufuncties genoemd (Hueting, 1974).

Als de kosten van milieubelasting niet daadwerkelijk in rekening worden gebracht bij de bedrijven of huishoudens, die deze belasting veroorzaken, zullen deze er bij de allocatie van de door hun gegenereerde inkomsten ook geen rekening mee houden. Op macro-economisch niveau zijn deze kosten dus niet in het nationale inkomen betrokken. Omgekeerd worden de niet-marktbare baten van extra milieuproduktie, zoals de gecreëerde recreatiemogelijkheden (wandelen of picknicken) in een nieuw aangelegd bos, niet bij het nationale inkomen worden opgeteld.

Hoewel de nationale rekeningen niet veel meer zijn dan een registratie van geldstromen in een economie in het verleden en de welvaartstheorie juist onderstreept, dat voor de bepaling van de welvaart meer aspecten dan alleen markt-economische tegen elkaar dienen te worden afgewogen, heeft de welvaartsanalyse in de berekening van het nationale inkomen altijd op de achtergrond meegespeeld (Den Butter et al., 1994). Algemeen bestaat het besef, dat het nationale inkomen uit de Nationale Rekeningen bijdraagt aan het inzicht in de welvaartsontwikkeling van een land, maar zeker geen volledig beeld schetst. Steeds meer groeit het bewustzijn, dat de kwaliteit van het milieu een belangrijk onderdeel vormt van de welvaartsbeleving.

In het milieu speelt de tijd een belangrijke rol. Bij milieudegradatie treden immers vaak processen op, die pas na vele jaren gevolgen kunnen hebben. Milieuproblemen zijn met andere woorden in veel gevallen lange termijn problemen. In onze samenleving moeten dan ook structurele, lange termijn afwegingen worden gemaakt tussen enerzijds huidige economische groei en inkomen en anderzijds de toekomstige kwaliteit van het milieu.

De economische groeitheorie, die gericht is op de economische ontwikkeling op de lange termijn, biedt een geschikt kader voor een welvaartsanalyse met betrekking tot de afweging tussen milieu enerzijds en economische groei en inkomen anderzijds. Hiervoor is het uiteraard wel noodzakelijk dat het milieu een volwaardige plaats krijgt in groeimodellen (Den Butter et al., 1994).

Het doel van dit rapport is aan de hand van een aantal wetenschappelijke artikelen¹ een overzicht te geven van hoe het milieu binnen de genoemde economische optimale groeitheorie wordt gemodelleerd. De theorie is ontleend aan de optimale regel- of besturingstheorie ("optimal control theory"). Met behulp van deze techniek trachten wij tot een wiskundig solide onderbouwing van het onderzoek "Berekening duurzaam nationaal inkomen" van het CBS (afgekort: DNI-onderzoek) te komen.

Uiteraard zijn modellen niets meer dan vereenvoudigde wiskundige weergaven van de werkelijkheid, zoals de Nationale Rekeningen kunnen worden beschouwd als een vereenvoudigde boekhoudkundige weergave van de werkelijkheid. Ook de in dit rapport beschreven modellen zijn te eenvoudig om volledig recht te kunnen doen aan de in de praktijk complexe milieuproblematiek. Toch blijkt het mogelijk te zijn diverse aspecten van de milieuproblematiek in groeimodellen te verwerken.

Zo kunnen milieufuncties (milieudiensten) expliciet als produktiefactoren worden opgevat. Het milieu beïnvloedt dan indirect, door het beschikbaar helpen maken van goederen en diensten voor consumptie, de welvaart van mensen. Het milieu kan ook direct een rol spelen in de welvaart van mensen. In dat geval wordt verondersteld, dat mensen direct nut ontleen aan bijvoorbeeld het wandelen in de natuur of simpelweg de aanwezigheid van tropische regenwouden of walvissen, ook al hebben ze die nog nooit in werkelijkheid gezien.

Milieu wordt in de groeimodellen weergegeven als een verzameling voorraad- en stroomgrootheden. Het voorraadkarakter komt tot uiting als we milieu zien als een voorraad milieukapitaal, waarop dient te worden afgeschreven om de waardevermindering als gevolg van verbruik tot uitdrukking te brengen. Het stromingskarakter blijkt bijvoorbeeld uit de functie van het milieu als afvalverwerker, waarvan het vermogen om emissies

¹ Onder andere Hamilton (1994), Hartwick (1990), Mäler (1991) en Usher (1994).

op te nemen niet alleen wordt beïnvloed door natuurlijke regeneratie, maar ook door het aanwenden van produktiecapaciteit voor milieu-investeringen in plaats van voor de gebruikelijke investeringen in zogenaamd "human made capital" of consumptie.

Dit rapport is als volgt opgebouwd. In hoofdstuk 2 wordt eerst een algemeen economisch groeimodel beschreven zonder dat daarin milieu expliciet wordt opgenomen. Aan het einde van dit hoofdstuk wordt de relatie tussen welvaart, hier gedefinieerd als het nut ontleend aan consumptie, en nationaal inkomen afgeleid. Opgemerkt zij, wellicht ten overvloede, dat dit een positief-analytische beschouwing betreft, zonder enige normatieve pretentie ten aanzien van het moeilijk definieerbare begrip welvaart.

In hoofdstuk 3 wordt in de eerste paragraaf het algemene economische groeimodel uitgebreid met een voorraad natuurlijke hulpbronnen, die worden verbruikt in het produktieproces. In de tweede paragraaf wordt dit uitgewerkt voor een specifiek probleem, namelijk de allocatie van de ruimte. De produktie is in dat geval niet afhankelijk van een stroom-, maar van een voorraadgrootte.

In hoofdstuk 4 worden stroomgrootheden in de vorm van emissies uit het produktieproces in het economische groeimodel gemodelleerd. Milieudiensten en milieukwaliteit zijn hierbij expliciet opgenomen in de nutsfunctie.

In hoofdstuk 5 worden de in hoofdstuk 3 en 4 beschreven milieuproblemen gecombineerd in één model. Emissies worden gerelateerd aan het verbruik van de voorraad van een natuurlijke hulpbron. Dit is een eenvoudige benadering van het CO₂-probleem.

In hoofdstuk 6 staan ten slotte conclusies en aanbevelingen voor verder onderzoek.

2. Nationaal inkomen in een intertemporele economie

2.1. Inleiding

Dit hoofdstuk beschrijft een model van een intertemporele economie. Paragraaf 2.2 behandelt het *optimale-groeimodel* van Ramsey, dat één van de twee standaard intertemporele modellen is. Het andere standaardmodel is het model met overlappende generaties². In deze nota maken we geen gebruik van dit alternatieve model, omdat het onder bepaalde omstandigheden overeenkomt met de hier behandelde optimale groeimodellen³. In paragraaf 2.3 laten we zien hoe optimale groei gerealiseerd kan worden onder de aannames van een marktmechanisme van volledige mededinging. In paragraaf 2.4 behandelen we de relatie tussen nationaal produkt en welvaart. Paragraaf 2.5 laat zien hoe deze relatie verandert als er rekening gehouden wordt met technische verandering. In paragraaf 2.6 geven we ten slotte in het kort aan hoe duurzaamheid in het optimale-groei-model verwerkt kan worden.

2.2. Optimale groei⁴

Beschrijving van de economie

We bekijken een gesloten economie met één goed en twee produktiefactoren, kapitaal en arbeid. De produktie van het ene goed kan worden aangewend voor twee doeleinden: consumptie en investeringen. De sociale welvaartsfunctie is:

$$V_t = \int_t^{\infty} e^{-\rho(\tau-t)} U(C_\tau) d\tau, \quad (2.1)$$

waarin $e^{-\rho t}$ de discontovoet is, ρ de *tijdvoorkeur*, t en τ de tijd aangeven, U de *momentane nutsfunctie*, en C_t de consumptie op tijdstip t ; er wordt aangenomen dat U een concave functie is.

² Zie Blanchard en Fischer (1989, § 3.1) en Azariadis (1993, § 7.4, 7.5 en 13.1).

³ Zie John en Pecchino (1994) voor een overlappende-generaties-model met milieu.

⁴ Zie Blanchard en Fischer (1989, § 2.1) en Azariadis (1993, § 7.3 and § 13.4).

Alternatieven voor de welvaartsfunctie (2.1) zijn welvaartsfuncties met variabele tijdvoorkeur en welvaartsfuncties met een tijdvoorkeur die afhangt van de consumptie (Uzawa, 1968, Epstein en Hynes, 1983).

De produktiemogelijkheden worden weergegeven door de produktiefunctie:

$$Q_t = F(K_t, L_t), \quad (2.2)$$

waarin Q de produktie is, K de hoeveelheid kapitaal, L de hoeveelheid arbeid en F de produktiefunctie is; er wordt aangenomen dat F lineair-homogeen en concaaf is. We nemen aan dat het arbeidsaanbod constant is en dat er volledige werkgelegenheid is:

$$L_t = \bar{L}. \quad (2.3)$$

De produktie kan worden aangewend voor consumptie en investeringen:

$$Q_t = C_t + I_t, \quad (2.4)$$

waarin I de bruto-investeringen zijn. Verder geldt per definitie dat de toename van de kapitaalgoederenvoorraad gelijk is aan de bruto-investeringen minus de afstoot:

$$\frac{dK_t}{dt} = I_t - \delta K_t, \quad (2.5)$$

waarbij verondersteld is, dat de afstoot proportioneel is met de voorraad. We nemen aan dat de beginwaarde van de kapitaalgoederenvoorraad gegeven is:

$$K_0 = \bar{K}. \quad (2.6)$$

Het optimale-groeiprobleem

We bezien nu het optimale groeipad van de economie waarbij de maatschappelijke welvaart maximaal is, gegeven de technologie, de hoeveelheid arbeid en een bepaalde beginwaarde van de kapitaalgoederenvoorraad. Dit

probleem staat bekend als het optimale groeiprobleem van Ramsey (1926). Het begintijdstip geven we aan met $t = 0$, zodat de te maximaliseren functie is:

$$V_0 = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t) dt. \quad (2.7)$$

Maximale welvaart is dan de resultante van de maximalisatie van de sociale welvaartsfunctie (2.7) onder de restricties (2.2)-(2.6). Dit probleem kan worden gecomprimeerd tot:

$$\max_C \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t) dt \quad (2.8)$$

onder de voorwaarden:

$$\frac{dK_t}{dt} = F(K_t, \bar{L}) - C_t - \delta K_t, \quad (2.9)$$

en

$$K_0 = \bar{K}. \quad (2.10)$$

Merk op dat de oplossing van dit probleem de optimale consumptie als functie van de tijd is.

Hamiltoniaan en eerste-orde voorwaarden

Om het optimale groeiprobleem op te lossen, formuleren we de *Hamiltoniaan*:

$$H_t^* = e^{-\rho t} U(C_t) + \mu_t^* [F(K_t, \bar{L}) - C_t - \delta K_t], \quad (2.11)$$

waarin μ_t^* de zogenaamde *toegevoegde toestandsvariabele* bij de *toestandsvariabele* K_t is. Door middel van de Hamiltoniaan kunnen we optimaliseringsproblemen over een tijdsperiode (i.c. van 0 tot ∞) omzetten in een optimaliseringsprobleem op één tijdstip.

Het is handiger om te werken met de zogenaamde *lopende-waarde* Hamiltoniaan:⁵

$$H_t = e^{\rho t} H_t^* = U(C_t) + \mu_t [F(K_t, \bar{L}) - C_t - \delta K_t], \quad (2.12)$$

waarin $\mu_t = e^{\rho t} \mu_t^*$. De eerste-orde voorwaarden voor het maximeringsprobleem (2.8)-(2.10) zijn dan:⁶

$$\frac{\partial H_t}{\partial C_t} = 0, \quad (2.13)$$

$$\frac{d\mu_t}{dt} = \rho \mu_t - \frac{\partial H_t}{\partial K_t}, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial H_t}{\partial \mu_t} = \frac{dK_t}{dt}, \quad (2.15)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \mu_t K_t = 0, \quad (2.16)$$

en

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \mu_t \geq 0. \quad (2.17)$$

Vergelijking (2.13) geeft aan dat in het optimum de Hamiltoniaan maximaal is met betrekking tot C ; vergelijking (2.14) geeft de ontwikkeling in de tijd van de toegevoegde toestandsvariabele μ ; vergelijking (2.15) geeft aan dat in het optimum de toestandsvergelijking (2.9) geldt; en de vergelijkingen (2.16) en (2.17) zijn *transversaliteitsvoorwaarden*, die de eindtoestand van het model aangeven. Met behulp van de concaviteit van de nutsfunctie en de produktiefunctie kan er bewezen worden dat uit (2.16) en (2.17) volgt:

⁵ Tenzij anders aangegeven, bedoelen we met de Hamiltoniaan steeds de lopende-waarde Hamiltoniaan.

⁶ Zie Arrow (1968, blz. 95, Stellingen 6 en 7). Omdat de bovengrens gelijk aan ∞ is, is toepassing van de standaard voorwaarden voor optimale regeling (Takayama, 1972, blz. 616) niet zonder meer mogelijk.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} H_t = 0, \quad (2.18)$$

zodat de verdisconteerde Hamiltoniaan naar 0 convergeert.

Optimale pad van de toegevoegde toestandsvariabele

Uit (2.14) volgt:

$$\frac{d\mu_t}{dt} = \mu_t (\rho - F_K + \delta); \quad (2.19)$$

m.a.w.:

$$\frac{1}{\mu_t} \frac{d\mu_t}{dt} = \rho - F_K + \delta. \quad (2.20)$$

De groeivoet van μ_t is dus gelijk aan het verschil tussen de tijdvoorkeur ρ en het netto marginale produkt van kapitaal, $F_K - \delta$.

Optimale pad van de consumptie

Uit (2.13) volgt:

$$U_C = \mu_t, \quad (2.21)$$

waarin $U_C = dU/dC$ het momentane marginale nut is. Merk op dat de optimale consumptie C_t een functie van de tijd is en dus U_C ook een functie van de tijd is⁷. Uit (2.19) en (2.21) volgt nu:

$$\frac{dU_C}{dt} = U_C (\rho - F_K + \delta), \quad (2.22)$$

⁷ Als er geen verwarring kan ontstaan laten we de index t bij tijdsafhankelijke variabelen soms weg.

zodat:

$$U_{CC} \frac{dC_t}{dt} = U_C (\rho - F_K + \delta). \quad (2.23)$$

De grootte $\sigma_t = -U_C / (C_t U_{CC})$ is omgekeerd evenredig met de mate van kromming van de momentane nutsfunctie U ; zij wordt wel de *momentane substitutie-elasticiteit van de consumptie* genoemd, omdat zij de limiet van de substitutie-elasticiteit tussen de consumptie op tijdstip t en die op tijdstip s is als s tot t nadert. Er geldt dus:

$$\frac{1}{C_t} \frac{dC_t}{dt} = \sigma_t (F_K - \delta - \rho). \quad (2.24)$$

De groeivoet van de consumptie is dus het produkt van twee factoren: enerzijds de momentane substitutie-elasticiteit en anderzijds het verschil tussen het netto marginale produkt van kapitaal, $F_K - \delta$, en de tijdsvoorkeur ρ . Als het netto marginale produkt van kapitaal groter is dan de tijdsvoorkeur, dan groeit de consumptie en als het netto marginale produkt van kapitaal kleiner is dan de tijdsvoorkeur, dan daalt de consumptie. In een statisch evenwicht, waarin de consumptie constant blijft, geldt dus dat $F_K - \delta = \rho$, zodat het netto-rendement op kapitaal (de 'rentevoet') gelijk is aan de tijdvoorkeur.

Voorbeeld

Voor de analyse van een eenvoudig voorbeeld nemen we als nutsfunctie:

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-1/\sigma}}{1-1/\sigma}. \quad (2.25)$$

Er kan eenvoudig worden nagegaan dat voor deze nutsfunctie geldt $\sigma_t = \sigma$, zodat de momentane substitutie-elasticiteit constant in de tijd is en daarmee onafhankelijk van C_t . Vergelijking (2.24) kan dan worden geïntegreerd tot:

$$\log C_t = -\sigma(\rho + \delta)t + \sigma \int_0^t F_K d\tau \quad (2.26)$$

Nemen we als produktiefunctie:

$$Q_t = \alpha K_t + \beta \bar{L}, \quad (2.27)$$

dan volgt:

$$\log C_t = \sigma(\alpha - \delta - \rho)t + \log C_0; \quad (2.28)$$

derhalve is:

$$C_t = C_0 e^{\sigma(\alpha - \delta - \rho)t}, \quad (2.29)$$

zodat de consumptie met een constant percentage groeit.

2.3. Optimale groei en marktmechanisme

In deze paragraaf zullen we laten zien dat onder volledige mededinging het in § 2.2 beschreven optimale groeipad door de werking van het marktmechanisme gerealiseerd kan worden.

Beschrijving van de economie

We bekijken een gesloten economie met twee produktiefactoren, arbeid en kapitaal, en één finaal goed. Bedrijven produceren het finale goed, dat door huishoudens geconsumeerd en geïnvesteerd wordt. De huishoudens zijn de eigenaren van de kapitaalgoederenvoorraad, die zij verhuren aan bedrijven⁸; de bedrijven nemen de compensatie voor de afstoot voor hun rekening. Er zijn één goederenmarkt en twee factormarkten, voor arbeid en kapitaal. Als numeraire kiezen we de prijs van het finale goed. Er zijn veel identieke huishoudens, die elk dezelfde intertemporele nutsfunctie (2.7) maximali-

⁸ Er zijn ook andere vormen denkbaar, bijvoorbeeld die waarbij de bedrijven eigenaren zijn van de kapitaalgoederenvoorraad, de investeringsbeslissingen nemen en de contante waarde van de toekomstige kasstroom maximaliseren. Deze variant leidt tot dezelfde uitkomsten als de hier beschreven vorm.

seren onder de budgetvoorwaarde, dat de som van consumptie en besparingen gelijk is aan de som van looninkomen en rente-inkomen. We nemen aan dat het aanbod van arbeid exogeen is. Er zijn veel identieke bedrijven die dezelfde produktiefunctie (2.3) hebben, en die op elk moment hun winst maximaliseren bij gegeven prijzen.

Bedrijven

Omdat alle bedrijven identiek zijn, kunnen we hun gedrag weergeven door dat van één enkele producent, die zijn winst maximaliseert:

$$\max F(K_t, \bar{L}) - w_t \bar{L} - r_t K_t - \delta K_t. \quad (2.30)$$

De eerste-orde voorwaarden voor een winstmaximum zijn:

$$F_L = w_t \quad (2.31)$$

en

$$F_K = r_t + \delta. \quad (2.32)$$

Met behulp van (2.31), (2.32) en de Stelling van Euler kunnen we afleiden dat:

$$F(K_t, \bar{L}) = w_t \bar{L} + (r_t + \delta) K_t. \quad (2.33)$$

Gezinshuishoudingen

Omdat alle huishoudens identiek zijn verondersteld, kan het macro-gedrag van alle huishoudens tezamen, gemodelleerd worden als dat van één huishouden dat (2.7) maximaliseert:

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t) dt \quad (2.34)$$

onder de voorwaarde dat:

$$C_t + \frac{dA_t}{dt} = w_t \bar{L} + r_t A_t, \quad (2.35)$$

waarin A_t het vermogen is, w_t de reële loonvoet, en r_t de reële rentevoet op vermogen. Omdat de huishoudens de eigenaren van de kapitaalgoederenvoorraad zijn, is het vermogen gelijk aan de waarde van de kapitaalgoederenvoorraad:

$$A_t = K_t, \quad (2.36)$$

zodat de budgetvoorwaarde geschreven kan worden als:

$$\frac{dK_t}{dt} = w_t \bar{L} + r_t K_t - C_t. \quad (2.37)$$

Substitueren we (2.32) in (2.35), dan krijgen we:

$$\frac{dK_t}{dt} = F(K_t, \bar{L}) - \delta K_t - C_t, \quad (2.38)$$

wat identiek is aan (2.9). We zien dus dat het optimaliseringsprobleem (2.34)-(2.35) van het huishouden onder het marktmechanisme van volledige mededinging identiek is aan het optimaliseringsprobleem (2.8)-(2.10) onder welvaartsmaximalisatie. Benadrukt dient te worden dat ten gevolge van markimperfecties de feitelijke prijzen in werkelijkheid lang niet altijd zelfs maar bij benadering gelijk zijn aan de prijzen onder volledige mededinging.

2.4. Nationaal produkt en welvaart

Door het gebruik van de Hamiltoniaan wordt het maximaliseringsprobleem over een oneindige horizon omgezet in maximalisering op afzonderlijke tijdstippen. Maximalisering van de Hamiltoniaan is dus equivalent met welvaartsmaximalisatie. Het is deze equivalentie tussen Hamiltoniaan en maatschappelijke welvaart die we in de hoofdstukken 3-5 zullen gebruiken om

te bezien wat de relatie is tussen welvaart, milieu en nationaal produkt.

Het verband tussen Hamiltoniaan en welvaart kan formeel als volgt afgeleid worden (Weitzman, 1976). Uit de eerste-orde voorwaarde (2.13) volgt C_t als functie van K_t ; substitueren we dit in de Hamiltoniaan H_t van (2.12) dan wordt H_t een functie van K_t . Er geldt dan:⁹

$$\frac{dH_t}{dt} = \frac{\partial H_t}{\partial K_t} \frac{dK_t}{dt} + \frac{\partial H_t}{\partial \mu_t} \frac{d\mu_t}{dt}. \quad (2.39)$$

M.b.v. (2.14), (2.15) en de definitie van de Hamiltoniaan volgt nu:

$$\frac{dH_t}{dt} = \left[\rho \mu_t - \frac{d\mu_t}{dt} \right] \frac{dK_t}{dt} + \frac{dK_t}{dt} \frac{d\mu_t}{dt} = \rho \mu_t \frac{dK_t}{dt} = \rho [H_t - U(C_t)]. \quad (2.40)$$

De oplossing van de differentiaalvergelijking (2.40) is:¹⁰

$$H_t = \rho \int_t^{\infty} e^{-\rho(\tau-t)} U(C_\tau) d\tau = \rho V_t; \quad (2.41)$$

met andere woorden: de Hamiltoniaan H_t is gelijk aan het produkt van de tijdvoorkeur en de contante waarde van het nut van de consumptiestroom en daarmee gelijk aan het produkt van tijdvoorkeur en welvaart V_t . In zekere zin kunnen we de tijdvoorkeur ρ beschouwen als het maatschappelijk rendement en de welvaart V_t als het maatschappelijk vermogen, zodat H_t dan geïnterpreteerd kan worden als het maatschappelijk rendement op het maatschappelijk vermogen. Er geldt overigens niet per se dat het maatschappelijk rendement samenvalt met het netto rendement op fysiek kapitaal, $F_K - \delta$. We zullen verder geen gebruik maken van deze interpretatie.

We bekijken nu hoe de relatie tussen Hamiltoniaan en nationaal produkt is. In het optimum geldt voor de Hamiltoniaan (2.12):

$$H_t = U(C_t) + \mu_t (I_t - \delta K_t) = U(C_t) + U_C I_t^n, \quad (2.42)$$

⁹ Een rechtstreekse afleiding van (2.39) waarbij H_t als een functie van C_t en K_t beschouwd wordt is ook mogelijk. Op grond van de eerste-orde voorwaarde (2.13) voor C_t vallen dan de termen die op C_t betrekking hebben tegen elkaar weg.

¹⁰ Dat (2.41) een oplossing is van (2.40) is eenvoudig na te gaan door (2.41) te differentiëren. Dat (2.41) ook de algemene oplossing van (2.40) is, kan bewezen worden met behulp van (2.18).

waarin $I_t^n = I_t - \delta K_t$ de netto-investeringen zijn. De eerste term in het rechterlid is het momentane nut van de consumptie; de tweede term is de netto-investeringen gewaardeerd tegen het marginale nut. We lineariseren nu de nutsfunctie U :

$$U(C_t) \approx U_C C_t. \quad (2.43)$$

Uit (2.42) en (2.43) volgt nu:

$$H_t \approx H_t^L = U_C (C_t + I_t^n). \quad (2.44)$$

De *welvaartsmaat* W_t definiëren we nu als de lineaire benadering van de Hamiltoniaan gedeeld door het momentane marginale nut:

$$W_t = \frac{H_t^L}{U_C}, \quad (2.45)$$

zodat

$$W_t = C_t + I_t^n = Y_t^n. \quad (2.46)$$

waarin $Y_t^n = C_t + I_t^n$ het netto nationaal produkt is. De welvaartsmaat is hier dus gelijk aan het netto nationaal produkt. Merk op dat wanneer we spreken over nationaal produkt we eigenlijk bedoelen 'het nationaal produkt volgens het model'. Alleen als het model een goede weergave is van de werkelijkheid, is het nationaal produkt volgens het model gelijk aan het nationaal produkt zoals we dat feitelijk waarnemen. In het vervolg zullen we steeds de lineaire benadering van de Hamiltoniaan gedeeld door het momentane marginale nut gebruiken als welvaartsmaat.

Omdat, zoals we in (2.41) gezien hebben, de Hamiltoniaan gelijk is aan de contante waarde van het nut van de consumptiestroom, geldt dus dat het netto nationaal produkt bij benadering proportioneel is met de contante waarde van het nut van de consumptiestroom. De term $U_C I_t^n$ in (2.44) kan dus geïnterpreteerd worden als contante waarde van het *toekomstige* nut van de consumptiestroom.

2.5. Exogene technische verandering

Exogene technische verandering kan worden gemodelleerd door de tijd als afzonderlijke variabele in de produktiefunctie op te nemen:

$$Q_t = F(K_t, \bar{L}, t). \quad (2.47)$$

De eerste-orde voorwaarden voor welvaartsmaximalisatie met de tijdsafhankelijke produktiefunctie (2.47) zijn gelijk aan die voor het probleem met de tijdsonafhankelijke produktiefunctie (2.3). De relatie tussen nationaal produkt en welvaart verandert echter wel (Usher, 1994, blz. 128-129, en Vellinga en Withagen, 1995, blz. 6). Het equivalent van (2.39) is:

$$\frac{dH_t}{dt} = \frac{\partial H_t}{\partial K_t} \frac{dK_t}{dt} + \frac{\partial H_t}{\partial \mu_t} \frac{d\mu_t}{dt} + \frac{\partial H_t}{\partial t}. \quad (2.48)$$

M.b.v. (2.14), (2.15) en de definitie van de Hamiltoniaan volgt nu:

$$\begin{aligned} \frac{dH_t}{dt} &= \left(\rho \mu_t - \frac{d\mu_t}{dt} \right) \frac{dK_t}{dt} + \frac{dK_t}{dt} \frac{d\mu_t}{dt} + \mu_t \frac{\partial F}{\partial t} = \rho \mu_t \frac{dK_t}{dt} + \mu_t \frac{\partial F}{\partial t} \\ &= \rho [H_t - U(C_t)] + \mu_t \frac{\partial F}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

De oplossing van de differentiaalvergelijking (2.49) is:

$$H_t = \rho \int_t^{\infty} e^{-\rho(\tau-t)} U(C_\tau) d\tau - \int_0^{\infty} e^{-\rho(\tau-t)} \mu_t \frac{\partial F}{\partial t} = \rho V_t - \int_0^{\infty} e^{-\rho(\tau-t)} \mu_t \frac{\partial F}{\partial t}. \quad (2.50)$$

Derhalve geldt:

$$\rho V_t = H_t + \int_t^{\infty} e^{-\rho(\tau-t)} \mu_t \frac{\partial F}{\partial t}. \quad (2.51)$$

We zien dus dat de welvaart groter is dan de Hamiltoniaan, met het verschil gelijk aan de contante waarde van de technische verandering. Ook de welvaartsmaat, die hier gelijk is aan het nationaal produkt, onderschat de welvaart dus met een term die proportioneel is met de contante waarde van de technische verandering.

2.6. Duurzaamheid

We zullen heel kort ingaan op de vraag hoe duurzaamheid in het intertemporele model verwerkt kan worden. Onder een duurzaam economisch evenwicht verstaan we een tijdpad van de economie waarbij het momentane nut van consumptie constant is (Solow, 1986, Måler, 1991):

$$U(C_t) = U(C_s), \quad \text{voor alle } t, s \geq 0. \quad (2.52)$$

Uit (2.52) volgt dat in een duurzame situatie ook de consumptie constant is. De Hamiltoniaan is gelijk aan de consumptie in zo'n duurzame situatie. Voor het constante consumptieniveau $\bar{C} = U^{-1}(H_t)$ is eenvoudig na te gaan dat

$$\int_t^{\infty} e^{-\rho(\tau-t)} U(\bar{C}) d\tau = \int_t^{\infty} e^{-\rho(\tau-t)} U(C_\tau) d\tau \quad (2.53)$$

De Hamiltoniaan is dus gelijk aan het *constante* consumptieniveau waarvan de contante nutswaarde gelijk is aan de contante nutswaarde van de feitelijke consumptie. In dit rapport zullen we verder geen aandacht besteden aan duurzaamheid.

3. Gebruik van natuurlijke hulpbronnen

3.1. Produktie afhankelijk van de verbruiksstroom¹¹

Beschrijving van de economie

We breiden het model van § 2.2 uit met een derde goed, een natuurlijke hulpbron, bijvoorbeeld aardolie of vis. De hulpbron wordt gebruikt in het produktieproces. De voorraad van de hulpbron geven we aan met S en het verbruik (de winning) met R .

De opbrengsten van het gehele produktieproces, uitgedrukt in eenheden finaal produkt, geven we aan met $F(K, L, R)$; hiermee wordt de optimale allocatie van kapitaal en arbeid over de beide produktiesectoren, de winning en de rest van de economie, impliciet gehouden¹². De winningskosten van de hulpbron, uitgedrukt in eenheden finaal goed, geven we aan met G ; we nemen aan dat deze winningskosten een functie van de voorraad en de winning zijn. De natuurlijke groei van de voorraad S geven we aan met $N(S_t)$ en de winningskosten met $G(R_t, S_t)$; voor een uitputbare hulpbron is de natuurlijke groei gelijk aan 0. We laten de afstoot van de fysieke kapitaalgoederenvoorraad alsmede de exploratie naar de natuurlijke hulpbron buiten beschouwing.

Het optimale groei-probleem

Het optimale-groeiprobleem is nu:

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t) dt \quad (3.1)$$

onder de voorwaarden:

$$\frac{dK_t}{dt} = F(K_t, \bar{L}, R_t) - C_t - G(R_t, S_t) \quad (3.2)$$

¹¹ Deze paragraaf is gebaseerd op Hartwick (1990, blz. 292-295).

¹² In Bijlage A wordt het probleem van deze paragraaf met de beide sectoren expliciet gemodelleerd en wordt aangegeven hoe de relatie is met het model van deze paragraaf.

en

$$\frac{dS_t}{dt} = N(S_t) - R_t. \quad (3.3)$$

Hamiltoniaan en eerste-orde voorwaarden

De Hamiltoniaan is:

$$H_t = U(C_t) + \mu_t [F(K_t, \bar{L}, R_t) - C_t - G(R_t, S_t)] + \varphi_t [N(S_t) - R_t]. \quad (3.4)$$

De eerste-orde voorwaarden zijn:

$$\frac{\partial H_t}{\partial C_t} = 0, \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial H_t}{\partial R_t} = 0, \quad (3.6)$$

$$\frac{d\mu_t}{dt} = \rho\mu_t - \frac{\partial H_t}{\partial K_t}, \quad (3.7)$$

en

$$\frac{d\varphi_t}{dt} = \rho\varphi_t - \frac{\partial H_t}{\partial S_t}. \quad (3.8)$$

Uit (3.5) volgt:

$$U_C = \mu_t, \quad (3.9)$$

en uit (3.6):

$$\varphi_t = \mu_t (F_R - G_R). \quad (3.10)$$

Welvaart en nationaal produkt

De waarde van de Hamiltoniaan in het optimum is:

$$H_t = U(C_t) + U_C I_t + U_C (F_R - G_R) \frac{dS_t}{dt}. \quad (3.11)$$

De welvaartsmaat is:

$$\begin{aligned} W_t &= \frac{H_t^L}{U_C} = C_t + I_t + (F_R - G_R) \frac{dS_t}{dt} \\ &= Y_t + (F_R - G_R) \frac{dS_t}{dt} = Y_t + (F_R - G_R)(N_t - R_t). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Het verschil tussen de welvaartsmaat en het nationaal produkt bestaat dus uit een correctieterm die de uitputting van de hulpbron representeert. De waardering van deze uitputting is gelijk aan het verschil tussen het marginale produkt van de hulpbron en de marginale winningskosten. De correctieterm kan beschouwd worden als de afschrijving op de natuurlijke hulpbron. Merk op dat de natuurlijke groei van de voorraad, N_t , als een positieve correctieterm fungeert, ook al is deze groei geheel een gift van de natuur en dus 'gratis'.

Onder volledige mededinging met perfecte informatie is het marginale produkt van het gewonnen gedeelte van de hulpbron, F_R , gelijk aan de marktprijs ervan. Het verschil tussen het marginaal produkt F_R en de marginale winningskosten G_R is onder volledige mededinging gelijk aan de marktprijs van de voorraad S_t (Dasgupta en Heal, 1979, blz. 168). De correctieterm in (3.12) is dan gelijk aan de waardeverandering van de voorraad van de hulpbron, zodat:

$$W_t = Y_t + p_t^S \frac{dS_t}{dt} = Y_t + p_t^S (N_t - R_t), \quad (3.13)$$

waarin p_t^S de prijs van de voorraad van de hulpbron is.

3.2. Produktie afhankelijk van het beslag op de voorraad

Beschrijving van de economie

De oppervlakte die de mens voor zijn activiteiten zoals landbouw, industrie en wonen gebruikt, gaat ten koste van milieufuncties van natuurlijke gebieden, waaronder de ruimte voor uitbreiding van de genoemde activiteiten. Menselijke activiteiten versnipperen bovendien de ruimte, waardoor nog meer milieufuncties verdwijnen. We laten het laatste aspect buiten beschouwing en beperken ons tot de oppervlakte van de gebruikte ruimte.

Ruimte kan worden gezien als een natuurlijke hulpbron. Het is echter geen hulpbron waarvan een deel exclusief voor één doel kan worden gebruikt. Er is geen sprake van dat een bepaald deel van de ruimte volledig door de mens in beslag wordt genomen en een ander deel alleen door "de natuur". De mens beïnvloedt vrijwel alle ruimte op aarde en zelfs de meest intensief door de mens gebruikte ruimte is nog woongebied voor andere soorten dan de mens. Hoe intensiever echter het gebruik van een deel van de ruimte door de mens is, des te minder andere milieufuncties dat deel van de ruimte nog kan leveren.

We zouden in een eenvoudig groeimodel kunnen aannemen dat een deel van de ruimte niet door de mens wordt gebruikt; dit deel vervult de andere milieufuncties dan het voorzien in ruimte voor produktie. We zouden bovendien kunnen veronderstellen dat het gebruikte deel van de ruimte geen andere milieufuncties vervult. Beide veronderstellingen zijn weliswaar onjuist, maar zouden daarmee toch een ruwe benadering van de werkelijkheid opleveren, die het karakter van ruimte als hulpbron illustreert. Dat zou echter een model opleveren dat op deze plaats toch nog teveel nieuwe elementen bevat. Het werken met verschillende milieufuncties is daarom tot latere paragrafen uitgesteld.

Het optimale groei-probleem

We zullen zoveel mogelijk aansluiten op het model van § 3.1, ook in notatie. De voorraad van de hulpbron is de oppervlakte van de ruimte die nog voor gebruik beschikbaar is: S_t . De oppervlakte van de gebruikte ruimte

is $T - S_t$, waarin T de totale oppervlakte van het beschouwde land is. Het verbruik van de nog beschikbare oppervlakte per tijdseenheid, R_t , kan positief zijn zolang er nog vrije ruimte is ($S_t \geq 0$; deze constraint laten we even buiten het model). Er is ook vermindering van het ruimtegebruik mogelijk ($R_t < 0$). De snelheid van rekolonisatie van ruimte door de levende natuur is $N(S_t)$. De oppervlakte ongerept gebied gedraagt zich dus volgens vergelijking (3.3).

Een verschil met de goederenhulpbron in § 3.1 is, dat de produktie in de economie op één bepaald moment niet afhankelijk is van het verbruik R_t van de hulpbron, maar van de gebruikte ruimte, $T - S_t$. Analooq aan de goederenhulpbron in 3.1 zijn wel de kosten van het ontginnen van grond voor menselijk gebruik. Deze treden dus op als $R_t > 0$. Als $R_t < 0$ komt oppervlakte vrij voor "de natuur". Natuurontwikkeling kan worden versneld als deze grond door het inzetten van daartoe geëigende maatregelen daarvoor geschikt wordt gemaakt (bijvoorbeeld door het opruimen van wegen). We nemen aan dat dit altijd nodig is; kosten treden dus ook op bij $R_t < 0$. Ook dit is een verschil met het model van § 3.1. De kosten per tijdseenheid door verandering van ruimtegebruik, $G(R_t)$, zijn dus 0 als $R_t = 0$, en anders > 0 . De kosten zijn hier onafhankelijk van de beschikbare vrije ruimte, S_t . Qua formulering en interpretatie wijken dus de produktiefunctie en de kostenfunctie van het ruimteverbruik af van die in § 3.1. De stuurvariabelen bij de maximalisatie van de welvaart zijn weer C_t en R_t .

Hamiltoniaan en optimum-voorwaarden

De Hamiltoniaan is nu:

$$\begin{aligned} H_t = & U(C_t) + \mu_t [F(K_t, \bar{L}, T - S_t) - C_t - G(R_t)] \\ & + \varphi_t [N(S_t) - R_t] \end{aligned} \quad (3.13)$$

De eerste orde voorwaarden voor maximalisatie van H naar C_t en R_t op ieder tijdstip zijn gelijk aan die in § 3.1. Daaruit volgt:

$$\mu_t = U_C \quad (3.14)$$

$$\varphi_t = - \mu_t G_R \quad (3.15)$$

omdat F_R in tegenstelling tot § 3.1 nul is.

Welvaart en nationaal produkt

De optimale Hamiltoniaan en de welvaartsmaat zijn:

$$H_t = U(C_t) + U_C \frac{dK_t}{dt} - U_C G_R \frac{dS_t}{dt} \quad (3.16)$$

$$W_t = C_t + \frac{dK_t}{dt} - G_R \frac{dS_t}{dt} \quad (3.17)$$

De netto investeringen zijn $dK_t/dt + G(R_t)$. Kosten van ontginning ($R > 0$) zijn namelijk investeringen in een produktiemiddel (grond); kosten van natuurontwikkeling ($R < 0$) zijn (hoogstwaarschijnlijk) overheidsinvesteringen. Het netto nationaal produkt is daarom:

$$Y_t = C_t + \frac{dK_t}{dt} + G(R_t) \quad (3.18)$$

Als gevolg daarvan is:

$$W_t = Y_t - G(R_t) - G_R \frac{dS_t}{dt} = Y_t - G(R_t) + G_R (R_t - N(S_t)) \quad (3.19)$$

De welvaartsmaat is dus het NBP, verminderd met de kosten van ontginning of natuurontwikkeling en vermeerderd met de netto verandering van de *gebruikte* oppervlakte, gewaardeerd tegen de marginale kosten van het ontginnen van natuurgebied. De term $G(R_t)$ staat voor de gemaakte kosten van de ontginning, de term $- G_R (dS_t/dt)$ voor de verhoging van de produktie en consumptie van finale goederen, die daardoor in de toekomst mogelijk is.

Het vrijgeven van ruimte voor natuurontwikkeling treedt in dit simpele model niet op. Integendeel, de ruimte zal in het model na verloop van tijd geheel zijn gebruikt. De reden daarvoor is, dat andere milieufuncties dan het leveren van ruimte in het model geen invloed hebben op de produktie of het nut ontleend aan consumptie; dit is in het begin van deze paragraaf al aangeduid. Dat kan worden verholpen door het voorzieningsniveau van milieufuncties als argument in de produktiefunctie c.q. nutsfunctie op te nemen. Die uitbreidingen zullen zoals gezegd bij andere milieuproblemen ter sprake komen in hoofdstukken 4 en 5).

Bij constante schaal-opbrengsten van de ontginning geldt: $G(R_t) = G_R R_t$. Dus is:

$$W_t = Y_t - G_R N(S_t) \quad (3.20)$$

W_t wijkt waarschijnlijk weinig van Y_t af. Ook dit is een gevolg van de zojuist besproken eenvoud van het model: de hulpbron ruimte is alleen nodig voor de produktie, er is geen ander milieunadeel.

4. Milieuverontreiniging

Beschrijving van de economie

Emissies uit het produktieproces beïnvloeden de milieukwaliteit, of om in termen van Hueting (1974) te spreken, het voorzieningsniveau van milieu-functies. De milieukwaliteit (B_t) daalt door emissies (E_t) en neemt toe door het zelfreinigend vermogen van het milieu (Z_t):

$$\frac{dB_t}{dt} = - E(Q_t, A_t) + Z(B_t) \quad (4.1)$$

De emissies zijn gerelateerd aan de produktieomvang (Q_t) en de maatregelen die worden getroffen om emissies te bestrijden (A_t). Het zelfreinigend vermogen van het milieu wordt afhankelijk verondersteld van de milieukwaliteit zelf (B_t). We nemen aan, dat $Z_B \leq 0$ ¹³.

We veronderstellen, dat consumenten een voorkeur hebben voor de aanwezigheid van milieukwaliteit (B_t). Deze voorkeur wordt bovendien bekend verondersteld bij producenten, die in hun produktieproces emissies (uit hun produktieproces) bestrijden door bepaalde milieumaatregelen te treffen (A_t). De extra kosten, die zij hiervoor moeten maken rekenen ze door naar de consumenten.

De bestrijdingsmaatregelen A_t zijn uitgedrukt in eenheden (opgeofferd) finaal produkt. Net als voor de produktie van milieubelastende consumptiegoederen gaat de produktie en het gebruik van bestrijdingsmaatregelen gepaard met de inzet van arbeid en kapitaal. Met andere woorden: een deel van de alternatief aanwendbare hoeveelheid arbeid en kapitaal in de economie wordt nu ingezet ter bestrijding van emissies uit het produktieproces (zie bijlage B voor een nadere uitwerking hiervan). Dit betekent dus, dat consumenten een deel van de consumptiegoederen opofferen, namelijk dat deel dat met deze alternatief aangewende hoeveelheden arbeid en kapitaal geproduceerd had kunnen worden.

¹³ Verhoging van de CO_2 -concentratie in de atmosfeer (i.e. vermindering van de milieukwaliteit B), bijvoorbeeld, leidt tot een toename van de hoeveelheid planten op het land en algen in de oceanen en dus tot een verhoogde opnamecapaciteit van CO_2 (i.e. het zelfreinigend vermogen Z) door die zelfde planten en algen.

We veronderstellen voor de eenvoud, dat de produktie en het gebruik van milieumaatregelen zelf geen milieubelasting met zich brengt. Verder nemen we aan, dat $E_Q \geq 0$ en $E_A \leq 0$, zodat een toename van de produktie nooit leidt tot een daling van de emissies en een toename van de bestrijdingskosten nooit leidt tot een stijging van de emissies. Merk op dat $-1/E_A$ gelijk is aan de marginale bestrijdingskosten: de kosten die gemaakt moeten worden om de hoeveelheid emissies met één eenheid te verminderen.

Het optimale groei-probleem

Het optimale groeipad van de economie wordt bereikt door maximalisatie van de welvaartsfunctie, waarin nu ook het voorzieningsniveau van milieufuncties is opgenomen, bij een gegeven technologie, hoeveelheid arbeid en beginwaarde van de kapitaalgoederenvoorraad:

$$\max_{C, A} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t, B_t) dt \quad (4.2)$$

De nutsfunctie waarin beide goederen zijn opgenomen kent een concaaf verloop (zie ook paragraaf 2.2). Dit betekent, dat er bij substitutie tussen beide argumenten, consumptiegoederen en milieufuncties, sprake is van afnemend grensnut. Belangrijk op te merken is ook, dat er in de bovenstaande formulering van de nutsfunctie geen verschil in tijdsvoorkeur voor beide argumenten wordt verondersteld.

Maximalisatie van de welvaartsfunctie dient te gebeuren onder de volgende voorwaarden:

$$\frac{dK_t}{dt} = F(K_t, \bar{L}) - C_t - A_t \quad (4.3)$$

en

$$\frac{dB_t}{dt} = -E[F(K_t, \bar{L}), A_t] + Z(B_t). \quad (4.4)$$

Hamiltoniaan en eerste-orde voorwaarden

Met behulp van de Hamiltoniaan kan het bovenstaande optimaliseringsprobleem over een oneindig lange periode worden teruggebracht tot een optimaliseringsprobleem op één tijdstip. De lopende waarde van de Hamiltoniaan is:

$$H_t = U(C_t, B_t) + \mu_t [F(K_t, \bar{L}) - C_t - A_t] + \varphi_t [-E(F(K_t, \bar{L}), A_t) + Z(B_t)] \quad (4.5)$$

De eerste-orde voorwaarden zijn:

$$\frac{\partial H_t}{\partial C_t} = 0, \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial H_t}{\partial A_t} = 0, \quad (4.7)$$

$$\frac{d\mu_t}{dt} = \rho\mu_t - \frac{\partial H_t}{\partial K_t}, \quad (4.8)$$

en

$$\frac{d\varphi_t}{dt} = \rho\varphi_t - \frac{\partial H_t}{\partial B_t}. \quad (4.9)$$

Uit (4.6) volgt:

$$U_C = \mu_t, \quad (4.10)$$

en uit (4.7):

$$\mu_t = -\varphi_t E_A. \quad (4.11)$$

Welvaart en nationaal produkt

De waarde van de Hamiltoniaan in het optimum is:

$$H_t = U(C_t, B_t) + U_C I_t - \frac{1}{E_A} U_C \frac{dB_t}{dt} \quad (4.12)$$

De welvaartsmaat is:

$$W_t = \frac{H_t^L}{U_C} = C_t + \frac{U_B}{U_C} B_t + I_t - \frac{1}{E_A} \frac{dB_t}{dt} \quad (4.13)$$

Omdat $Y_t = C_t + I_t$, volgt:

$$W_t = Y_t + \frac{U_B}{U_C} B_t - \frac{1}{E_A} \frac{dB_t}{dt} = Y_t + \frac{U_B}{U_C} B_t - \frac{1}{E_A} (-E_t + Z_t). \quad (4.14)$$

Het verschil tussen de welvaartsmaat, hier gedefinieerd als de lopende waarde van het nut ontleend aan zowel consumptiegoederen als het voorzieningsniveau van milieufuncties, en het nationale produkt bestaat uit twee delen. Hamilton (1994) interpreteert de factor U_B/U_C als de prijs die nutsmaximaliserende consumenten bereid zijn te betalen voor één eenheid milieukwaliteit. De term $(U_B/U_C)B_t$ geeft dan de gemonetariseerde waarde van de totale milieukwaliteit weer.

De laatste term in (4.14) corrigeert voor de verandering in de milieukwaliteit. Omdat $E_A \leq 0$, is deze correctieterm positief als de kwaliteit toeneemt. Als de emissiebestrijding constante schaalopbrengsten kent, geldt: $E/A = -E_A$, zodat de correctieterm gelijk wordt aan:

$$-\frac{1}{E_A}(-E_t + Z_t) = -A_t + \frac{A_t}{E_t} Z_t = A_t \left(\frac{Z_t}{E_t} - 1 \right). \quad (4.15)$$

Als het zelfreinigend vermogen gelijk is aan 0, volgt uit (4.15) dat de correctie om de welvaartsmaat te verkrijgen inhoudt, dat de bestrijdingskosten van het nationaal produkt afgetrokken moeten worden.

5. Emissie gekoppeld aan het verbruik van een niet-vernieuwbare hulpbron

Beschrijving van de economie

In deze paragraaf combineren we de milieuproblemen van hoofdstukken 3 en 4, met dien verstande, dat het verbruik van de hulpbron (R_t in § 3.1) gekoppeld is aan het verslechteren van de milieukwaliteit (B_t in hoofdstuk 4) en het laatste wederom een direct effect op het momentane nut heeft¹⁴. We proberen in het bijzonder het "CO₂-probleem" te beschrijven. De voorraad van de hulpbron S_t is de totale winbare voorraad fossiele brandstoffen; die is niet-vernieuwbaar, hetgeen inhoudt, dat hij niet op natuurlijke wijze wordt aangevuld ($N = 0$). We veronderstellen voor de eenvoud dat alle onttrokken brandstof onmiddellijk wordt verbrand; de emissie E_t van kooldioxyde is dus een monotoon stijgende functie van het verbruik R_t van de hulpbron. De relatie tussen produktie en emissie ziet er daardoor anders uit dan in hoofdstuk 4:

$$E_t = E(R_t, A_t) \quad (5.1)$$

waarin E_R positief is.

De emissie veroorzaakt een verhoging van de concentratie kooldioxyde in de atmosfeer. Deze stof wordt opgenomen door planten op het land en algen in de oceanen. Verhoging van de CO₂-concentratie leidt tot een verhoogde opname (Z_t , het zelfreinigend vermogen), omdat de hoeveelheid planten en algen toeneemt. De verhoogde CO₂-concentratie veroorzaakt volgens veel wetenschappers na enige decennia een verhoging van de gemiddelde temperatuur van de atmosfeer. De temperatuurverhoging leidt vertraagd tot een verandering van klimaatzones en daarmee van vegetatiezones. Door het smelten van een deel van het ijs op de beide aardpolen en in gebergten zal de zeespiegel stijgen. Door de verschillende effecten kunnen soorten uitsterven en uiteindelijk milieufuncties B_t verdwijnen.

G staat weer voor de kosten van onttrekking van de hulpbron; deze kosten zijn afhankelijk van het verbruik R_t en de voorraad S_t . De kosten van het bestrijden van de emissie zijn A_t . De emissie wordt bepaald door het

¹⁴ Het hier beschreven milieuprobleem is een aangepaste versie van Model 4 van Hamilton (1994).

verbruik van de voorraad van de hulpbron en A_t . C_t , R_t en A_t zijn dus de stuurvariabelen.

Het optimale groeiprobleem

Het probleem luidt:

$$\max_{C_t, R_t, A_t} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t, B_t) dt \quad (5.2)$$

onder de voorwaarden:

$$\frac{dK_t}{dt} = F(K_t, \bar{L}, R_t) - C_t - G(R_t, S_t) - A_t \quad (5.3)$$

$$\frac{dS_t}{dt} = - R_t \quad (5.4)$$

$$\frac{dB_t}{dt} = - E(R_t, A_t) + Z(B_t) \quad (5.5)$$

Belangrijk is dat $E_R > 0$, $E_A < 0$ en $Z_B < 0$.

Hamiltoniaan en optimum-voorwaarden

De lopende waarde van de Hamiltoniaan is nu:

$$\begin{aligned} H_t = & U(C_t, B_t) + \mu_t [F(K_t, \bar{L}, R_t) - C_t - G(R_t, S_t) - A_t] \\ & - \varphi_t R_t + \lambda_t [- E(R_t, A_t) + Z(B_t)] \end{aligned} \quad (5.6)$$

Uit de eerste-orde voorwaarden voor maximalisatie van H naar C_t , R_t en A_t volgt:

$$\mu_t = U_C \quad (5.7)$$

$$\varphi_t = U_C (F_R - G_R + E_R/E_A) \quad (5.8)$$

$$\lambda_t = - U_C/E_A \quad (5.9)$$

Welvaart en nationaal produkt

De optimale Hamiltoniaan en de welvaartsmaat zijn:

$$H_t = U(C_t, B_t) + U_C \frac{dK_t}{dt} + U_C \left(F_R - G_R + \frac{E_R}{E_A} \right) \frac{dS_t}{dt} - \frac{U_C}{E_A} \frac{dB_t}{dt} \quad (5.10)$$

$$W_t = C_t + \frac{U_B}{U_C} B_t + \frac{dK_t}{dt} + \left(F_R - G_R + \frac{E_R}{E_A} \right) \frac{dS_t}{dt} - \frac{1}{E_A} \frac{dB_t}{dt} \quad (5.11)$$

Het nationaal produkt is $Y_t = C_t + dK_t/dt$, dus

$$W_t = Y_t + \frac{U_B}{U_C} B_t + \left(F_R - G_R + \frac{E_R}{E_A} \right) \frac{dS_t}{dt} - \frac{1}{E_A} \frac{dB_t}{dt} \quad (5.12)$$

We herkennen correctietermen voor respectievelijk:

- het nut ontleend aan het beschikbaar zijn van milieufuncties B_t
- het verminderen van de voorraad fossiele brandstoffen, dS_t/dt
- het verdwijnen van milieufuncties, dB_t/dt .

We zien echter ook dat de correctietermen niet zonder meer de som zijn van de correctietermen voor een hulpbron volgens § 3.1 en milieuverontreiniging volgens hoofdstuk 4. De voorraadverandering van fossiele brandstoffen dS/dt heeft een gewijzigde wegingsfactor. Deze bestaat niet meer alleen uit de

"rent" per eenheid hulpbron $F_R - G_R$, maar wordt bovendien verminderd (E_A is immers negatief) met het produkt van de CO_2 -emissiefactor E_R en de marginale eliminatiekosten voor CO_2 , $-1/E_A$. Hamilton (1994) noemt E_R/E_A een Pigoviaanse koolstofbelasting (*carbon tax*) op het gebruik van fossiele brandstoffen.

Hamilton wijst er op, dat het bestrijden van CO_2 -emissies momenteel nog niet goed mogelijk is: de energiebesparing waarmee dat nu mogelijk is, heeft volgens dit model al plaatsgehad en komt tot uitdrukking in F_R , die *met* energiebesparing kleiner is dan *zonder*. Hamilton geeft ter geruststelling aan, dat het optimale pad toch kan worden bereikt, namelijk door bovengenoemde *carbon tax* daadwerkelijk te heffen. Dat komt dus neer op vermindering van het volume van de produktie.

6. Conclusies

Een aantal economen heeft getracht binnen de de neo-klassieke groeitheorie het milieu een meer volwaardige plaats naast marktbaar goederen en diensten te bieden. Hiertoe wordt gebruik gemaakt van een sociale welvaartsfunctie, die wordt gemaximaliseerd over een oneindig lange periode bij een gegeven technologie, hoeveelheid arbeid en een bepaalde beginwaarde van de kapitaal-goederenvoorraad. Met behulp van de Hamiltoniaan wordt dit optimaliseringsprobleem over een oneindig lange periode omgezet in een optimaliseringsprobleem op één tijdstip. Weitzman (1976) liet als eerste zien, dat de lopende waarde van de Hamiltoniaan op een bepaald tijdstip gelijk is aan de contante waarde van het nut van de consumptiestroom op dat tijdstip. Linearisering van de nutsfunctie levert ons vervolgens bij benadering een welvaartsmaat op, die gelijk is aan het netto nationaal produkt. Met het nationaal produkt wordt het nationaal produkt volgens het model bedoeld. Alleen als het model een goede weergave is van de werkelijkheid, is het nationaal produkt volgens het model gelijk aan het nationaal produkt zoals we dat feitelijk waarnemen.

Indien het milieu expliciet wordt opgenomen in het optimaliseringsprobleem, in de doelfunctie of in de beperkingen, resulteren aanpassingen van het conventionele nationale inkomen. Hiermee krijgen we een welvaartsmaat in handen, die ook de contante waarde van het toekomstig nut ontleend aan milieu meet. Deze aanpassingen zullen we hieronder nogmaals op een rijtje zetten.

Indien de kosten van het winnen en verbruiken van een natuurlijke hulpbron worden opgenomen in de produktiefunctie, dient het conventionele nationale inkomen te worden gecorrigeerd voor de uitputting van de natuurlijke hulpbron. Als de hulpbron uitputbaar is moet het jaarlijks verbruik vermenigvuldigd met het verschil tussen marginale opbrengsten en marginale winningskosten ieder jaar van het nationale inkomen worden afgetrokken. Als deze 'resource rents' worden geïnvesteerd in 'reproducible capital goods', dan zal een economie in staat zijn een constante consumptiestroom te blijven genereren. Dit staat bekend als de Regel van Hartwick (Solow, 1986)¹⁵.

Indien consumenten naast consumptiegoederen ook een voorkeur hebben voor milieukwaliteit en producenten hiermee rekening houden door vervuiling tijdens

¹⁵ Hoewel het verleidelijk is te denken, dat de economie zich in dat geval in een duurzame situatie bevindt, hoeft dat niet het geval te zijn (Pezzey (1994) en Asheim (1994), geciteerd door Vellinga en Withagen (1995)).

het produktieproces te bestrijden, dienen twee correcties op het conventionele nationale inkomen plaats te vinden. Ten eerste moet de gemonetariseerde waarde van milieufuncties bij het nationale inkomen worden opgeteld en ten tweede de verandering in het voorzieningsniveau van milieufuncties gewaardeerd tegen de marginale bestrijdingskosten. Deze tweede correctieterm geeft net als de netto investeringen aan welk deel van het nationale inkomen opzij moet worden gelegd om steeds aan het einde van de beschouwde periode even goed af te blijven zijn als aan het begin ervan (Hicks, 1946, geciteerd door Usher, 1994).

Als daarentegen wordt verondersteld, dat het milieu geen rol speelt in de nutsfunctie van consumenten, maar een voorraad milieuvervuiling wel in negatieve zin de produktie kan beïnvloeden, resulteert slechts één correctieterm op het conventionele nationale inkomen. Van het nationale inkomen dient dan de verandering in deze voorraad vervuiling gewaardeerd tegen de marginale bestrijdingskosten te worden afgetrokken. De gemonetariseerde waarde van milieufuncties blijft in dat geval buiten beschouwing.

De correctietermen, die van het nationaal produkt een welvaartsmaat in de hier besproken zin maken, zijn bij koppeling van modellen voor verschillende milieuproblemen niet zonder meer de som van de correctietermen afzonderlijk. Zo verschijnt in het model waarin milieuvervuiling is gekoppeld aan de uitputting van de niet-vernieuwbare hulpbron fossiele brandstoffen een zogenaamde 'carbon tax' op het verbruik.

We kunnen concluderen, dat als de schaarste aan milieufuncties niet in het model tot uiting komt, de Hamiltoniaan en de gelineariseerde welvaartsmaat onvoldoende informatie verstrekken omtrent het betrokken milieuprobleem. Een voorbeeld van zo'n onvolledige aanpak is de behandeling van het gebruik van de ruimte in § 3.2. Op het optimale groeipad zal de hulpbron ruimte volledig worden uitgeput, omdat noch de baten, noch de kosten van het beschermen van andere milieufuncties dan het leveren van ruimte voor produktie een plaats hebben in het model. Er is met andere woorden geen concurrentie van milieufuncties.

Duurzaamheid van het milieugebruik en dus van de produktie is een centraal thema in het milieubeleid en het economisch beleid. Duurzaamheid is dan ook een hoeksteen van de berekening van een duurzaam nationaal inkomen (DNI) volgens Hueting et al. (1992). Binnen de besproken modellen is duurzaamheid echter niet gegarandeerd (Vellinga en Withagen, 1995). De theorie van het DNI kan wellicht worden verhelderd door duurzaamheid een plaats te geven in optimale groeimodellen. Bovendien kunnen langs die weg waarschijnlijk relaties

tussen deze en andere wijzen van berekening van een 'groen nationaal produkt' worden gelegd, wat een eventuele synthese tussen de benaderingen dichterbij brengt. Het is daarom zinvol het gerapporteerde onderzoek te laten volgen door onderzoek naar de mogelijkheden voor het opnemen van duurzaamheid in optimale groeimodellen en het afleiden van indicatoren voor duurzaamheid uit die modellen.

Bijlage A. Natuurlijke hulpbronnen in een model met expliciete produktiestructuur

A.1. Inleiding

In deze bijlage zullen we in § A.2 nagaan hoe het probleem van § 3.1 gemodelleerd kan worden met een expliciete produktiestructuur en in § A.3 nagaan wat het verband is tussen de beide modelleringen.

A.2. Expliciete produktiestructuur

Beschrijving van de economie

We onderscheiden twee produktiesectoren, een sector die de natuurlijke hulpbron produceert en een sector die het finale goed produceert. We nemen aan dat de hulpbron in zijn geheel aan de finale-produktiesector geleverd wordt en dat er verder geen intermediaire leveringen plaatsvinden. Beide sectoren gebruiken kapitaal en arbeid om te produceren. Het produktieproces geven we weer door de produktiefuncties

$$Q_t = F^Q(K_t^Q, L_t^Q, R_t) \quad (\text{A.1})$$

en

$$R_t = F^R(K_t^R, L_t^R), \quad (\text{A.2})$$

waarin Q_t de finale produktie is, R_t de produktie van de hulpbron, K^i de hoeveelheid kapitaal in sector i , L^i de hoeveelheid arbeid in sector i en F^i de produktiefunctie van sector i . Per definitie geldt

$$K_t^Q + K_t^R = K_t \quad (\text{A.3})$$

en

$$L_t^Q + L_t^R = \bar{L}. \quad (\text{A.4})$$

Het finale goed kan gebruikt worden voor consumptie en investeringen:

$$Q_t = \frac{dK_t}{dt} + C_t. \quad (\text{A.5})$$

Het optimale-groeiprobleem kan worden geschreven als

$$\max_{C, K^Q, L^Q} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t) dt \quad (\text{A.6})$$

onder de voorwaarden

$$\frac{dK_t}{dt} = F^Q[K_t^Q, L_t^Q, R_t(K_t - K_t^Q, \bar{L} - L_t^Q)] - C_t \quad (\text{A.7})$$

en

$$\frac{dS_t}{dt} = N(S_t) - R_t(K_t - K_t^Q, \bar{L} - L_t^Q). \quad (\text{A.8})$$

Hamiltoniaan en eerste-orde voorwaarden

De Hamiltoniaan is

$$\begin{aligned} H_t = & U(C_t) + \mu_t \{ F^Q[K_t^Q, L_t^Q, R_t(K_t - K_t^Q, \bar{L} - L_t^Q)] - C_t \} \\ & + \varphi_t [N(S_t) - R_t(K_t - K_t^Q, \bar{L} - L_t^Q)]. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

De eerste-orde voorwaarden zijn:

$$\frac{\partial H_t}{\partial C_t} = 0, \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial H_t}{\partial K_t^Q} = 0, \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial H_t}{\partial L_t^Q} = 0, \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{d\mu_t}{dt} = \rho\mu_t - \frac{\partial H_t}{\partial K_t}, \quad (\text{A.13})$$

en

$$\frac{d\varphi_t}{dt} = \rho\varphi_t - \frac{\partial H_t}{\partial S_t}. \quad (\text{A.14})$$

Uit (A.10) volgt

$$U_C = \mu_t, \quad (\text{A.15})$$

uit (A.11)

$$\mu_t (F_K^Q - F_R^Q F_K^R) + \varphi_t F_K^R = 0, \quad (\text{A.16})$$

en uit (A.12)

$$\mu_t (F_L^Q - F_R^Q F_L^R) + \varphi_t F_L^R = 0. \quad (\text{A.17})$$

Uit (A.16) en (A.17) volgt na enig herleiden de bekende voorwaarde voor optimale allocatie van arbeid en kapitaal over twee sectoren:

$$\frac{F_K^Q}{F_L^Q} = \frac{F_K^R}{F_L^R}, \quad (\text{A.18})$$

d.w.z. de marginale substitutievoeten tussen kapitaal en arbeid in beide sectoren moeten aan elkaar gelijk zijn. Uit (A.18) volgt

$$\frac{F_K^Q}{F_K^R} = \frac{F_L^Q}{F_L^R}. \quad (\text{A.19})$$

Deze gemeenschappelijke waarde voor de verhouding tussen de marginale produkten geven we aan met τ_R^Q en wordt de *transformatievoet* tussen de beide sectoren genoemd.

Welvaart en nationaal produkt

De waarde van de Hamiltoniaan in het optimum is

$$H_t = U(C_t) + \mu_t I_t + \varphi_t \frac{dS_t}{dt} = U(C_t) + U_C I_t + U_C (F_R^Q - \tau_R^Q) \frac{dS_t}{dt}. \quad (\text{A.20})$$

De welvaartsmaat is

$$W_t = \frac{H_t^L}{U_C} = C_t + I_t + (F_R^Q - \tau_R^Q) \frac{dS_t}{dt} = Y_t + (F_R^Q - \tau_R^Q) \frac{dS_t}{dt}. \quad (\text{A.21})$$

A.3. Het verband tussen beide modelleringen

In deze paragraaf zullen we het verband tussen de formuleringen van § 3.1 en § A.2 nagaan. I.c. zullen we aantonen dat

$$F_R^Q = F_R \quad (\text{A.22})$$

en

$$\tau_R^Q = G_R, \quad (\text{A.23})$$

zodat (A.21) gelijk is aan (3.12). De *opbrengstenfunctie* is gedefinieerd als de maximale opbrengsten (uitgedrukt in eenheden finaal produkt) die

behaald kunnen worden met gegeven hoeveelheden kapitaal, arbeid en hulpbron; met andere woorden de opbrengstenfunctie $F(K_t, L, R_t, \pi)$ is de maximumwaardefunctie van het probleem

$$\max F^Q(K_t^Q, L_t^Q, R_t) + \pi F^R(K_t^R, L_t^R) \quad (\text{A.24})$$

onder de voorwaarden dat

$$K_t^Q + K_t^R = K_t \quad (\text{A.25})$$

en

$$L_t^Q + L_t^R = \bar{L}, \quad (\text{A.26})$$

waarin π een gegeven prijsverhouding tussen de hulpbron en het finale goed is. Dit probleem kan worden gecomprimeerd tot een probleem zonder restricties:

$$\max F^Q(K_t^Q, L_t^Q, R_t) + \pi F^R(K_t - K_t^Q, \bar{L} - L_t^Q). \quad (\text{A.27})$$

De eerste-orde voorwaarden van dit probleem zijn

$$F_K^Q = \pi F_K^R \quad (\text{A.28})$$

en

$$F_L^Q = \pi F_L^R, \quad (\text{A.29})$$

waaruit weer de voorwaarde (A.19) voor optimale allocatie volgt. De opbrengstenfunctie representeert dus de produktiemogelijkheden van de totale produktie, van finaal goed en hulpbron samen.

Met behulp van de stelling van de omhullende volgt

$$F_R = F_R^Q, \quad (\text{A.30})$$

waarmee (A.22) bewezen is.

We definiëren nu de kosten van winning van de hulpbron als de waarde van het tweede deel van de maximand in het optimum:

$$G(K_t, L, R, \pi) = \pi F^R [K_t^R(K_t, \bar{L}, R, \pi), L_t^R(K_t, \bar{L}, R, \pi)]. \quad (\text{A.31})$$

G geeft de waarde van de intermediaire kosten in termen van het finale produkt, zodat $F - G$ de finale produktie is.

Uit (A.31) volgt

$$G_R = \pi (F_K^R K_R^R + F_L^R L_R^R). \quad (\text{A.32})$$

De gewogen som van de output-elasticiteiten van de factorvraagfuncties is gelijk aan 1:

$$F_K^R K_R^R + F_L^R L_R^R = 1, \quad (\text{A.33})$$

zodat

$$G_R = \pi. \quad (\text{A.34})$$

Kiezen we nu voor de prijsverhouding de optimale waarde van de transformatievoet τ_R^Q uit § A.2, dan volgt

$$G_R = \tau_R^Q, \quad (\text{A.35})$$

waarmee (A.23) bewezen is. Uit (A.30) en (A.35) volgt dat vergelijking (A.21) identiek is aan vergelijking (3.12), zodat de modelleringen van § 3.1 en § A.2 hetzelfde resultaat geven.

Bijlage B. Emissies in een model met expliciete produktiestructuur

B.1. Inleiding

In deze bijlage zullen we in §B.2 nagaan hoe het probleem van hoofdstuk 4 gemodelleerd kan worden met een expliciete produktiestructuur.

B.2. Expliciete produktiestructuur

Veronderstel, dat in een economie twee soorten goederen geproduceerd worden: milieubelastende consumptiegoederen (C_t) en milieu-ontlastende goederen en diensten (C_t^B). We veronderstellen bovendien, dat alleen in het productieproces van milieubelastende consumptiegoederen milieubelasting ontstaat (E_t).

In het geval van milieubelastende consumptiegoederen kan de productie worden aangewend voor consumptie en investeringen en in het geval van milieu-ontlastende goederen en diensten alleen voor consumptie:

$$Q_t^C = C_t + I_t \quad (B.1)$$

$$Q_t^B = C_t^B \quad (B.2)$$

De produktiefuncties voor beide goederen zien er als volgt uit:

$$Q_t^C = F_C(K_t^C, L_t^C) \quad (B.3)$$

en

$$Q_t^B = F_B(K_t^B, L_t^B) \quad (B.4)$$

$$\text{waarbij } K_t = K_t^C + K_t^B \quad (B.5)$$

$$\text{en } L_t = L_t^C + L_t^B = \bar{L} \quad (B.6)$$

Per definitie is de toename van de fysieke kapitaalgoederenvoorraad gelijk aan de bruto-investeringen minus de afstoot. De afstoot van de fysieke kapitaalgoederenvoorraad blijft echter wederom buiten beschouwing (zie paragraaf 3.1):

$$\frac{dK_t}{dt} = \frac{dK_t^C}{dt} + \frac{dK_t^B}{dt} = I_t \quad (\text{B.7})$$

Gezinshuishoudingen zijn bereid inkomen op te offeren aan milieu-ontlastende goederen en diensten, omdat zij (niet-marktbare) baten ontleen aan het voorzieningsniveau van milieufuncties (B_τ). De welvaartsfunctie ziet er als volgt uit:

$$V_t = \int_t^\infty e^{-\rho(\tau-t)} U(C_\tau, B_\tau) d\tau \quad (\text{B.8})$$

Veranderingen in de milieukwaliteit vinden plaats door het gebruik van het milieu als "afval reservoir" (emissies tijdens het productieproces van milieubelastende consumptiegoederen) en de aanschaf en het gebruik van milieu-ontlastende goederen en diensten:

$$\frac{dB_t}{dt} = -E_t(Q_t^C, Q_t^B) \quad (\text{B.9})$$

waarbij $E_{Q_C} > 0$ en $E_{Q_B} < 0$.

Het superscript C verwijst naar consumptiegoederen en het superscript B naar milieubeschermingsgoederen. Het regenererend vermogen van het milieu wordt hier voor de eenvoud niet in de beschouwing meegenomen.

Het optimale groei-probleem

Het optimale groeipad van de economie wordt bereikt door maximalisatie van de welvaartsfunctie B.8 bij een gegeven technologie, hoeveelheid arbeid en beginwaarde van de kapitaalgoederenvoorraad:

$$\max_{C, K^Q, L^Q} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t, B_t) dt \quad (B.10)$$

Onder de voorwaarden:

$$\frac{dK_t}{dt} = F_C(K_t^C, L_t^C) - C_t \quad (B.11)$$

en

$$\frac{dB_t}{dt} = - E_t [F_C(K_t^C, L_t^C), F_B(K_t - K_t^C, \bar{L} - L_t^C)] \quad (B.12)$$

Hamiltoniaan en eerste-orde voorwaarden

Met behulp van de Hamiltoniaan kan het bovenstaande optimaliseringsprobleem over een oneindig lange periode worden teruggebracht tot een optimaliseringsprobleem op één tijdstip. De lopende waarde van de Hamiltoniaan is:

$$\begin{aligned} H_t = e^{\rho t} H_t^* = & U(C_t, B_t) + \mu_t \{ F_C(K_t^C, L_t^C) - C_t \} \\ & + \varphi_t \{ - E_t [F_C(K_t^C, L_t^C), F_B(K_t - K_t^C, \bar{L} - L_t^C)] \} \end{aligned} \quad (B.13)$$

waarbij $\mu_t = e^{\rho t} \mu_t^*$ en $\varphi_t = e^{\rho t} \varphi_t^*$.

Uit de eerste-orde voorwaarden volgt:

$$U_c = \mu_t \quad (B.14)$$

$$\varphi_t = \mu_t \frac{1}{\frac{\partial E_t}{\partial Q_t^C} - \frac{\partial E_t}{\partial Q_t^B} \frac{\partial Q_t^B / \partial K_t^B}{\partial Q_t^C / \partial K_t^C}} \quad (B.15)$$

$$\varphi_t = \mu_t \frac{1}{\frac{\partial E_t}{\partial Q_t^C} - \frac{\partial E_t}{\partial Q_t^B} \frac{\partial Q_t^B / \partial L_t^B}{\partial Q_t^C / \partial L_t^C}} \quad (B.16)$$

Uit B.15 en B.16 volgt:

$$\frac{\partial Q_t^C / \partial K_t^C}{\partial Q_t^C / \partial L_t^C} = \frac{\partial Q_t^B / \partial K_t^B}{\partial Q_t^B / \partial L_t^B} \quad (B.17)$$

Vergelijking B.17 geeft de conditie weer waaronder een optimale allocatie van de produktiefactoren kapitaal en arbeid plaatsvindt, namelijk in dat punt waar de marginale substitutievoeten tussen kapitaal en arbeid gelijk zijn voor beide soorten goederen (zie ook bijlage A2).

Welvaart en nationaal produkt

De waarde van de Hamiltoniaan in het optimum is:

$$H_t = U(C_t, B_t) + U_c I_t + \frac{U_c}{\frac{\partial E_t}{\partial Q_t^C} - \frac{\partial E_t}{\partial Q_t^B} \frac{\partial Q_t^B / \partial K_t^B}{\partial Q_t^C / \partial K_t^C}} \frac{dB_t}{dt} \quad (B.18)$$

De momentane welvaartsmaat is:

$$W_t = \frac{H_t^L}{U_C} = C_t + I_t + \frac{U_B}{U_C} B_t + \frac{1}{\frac{\partial E_t}{\partial Q_t^C} - \frac{\partial E_t}{\partial Q_t^B} \frac{\partial Q_t^B / \partial K_t^B}{\partial Q_t^C / \partial K_t^C}} \frac{dB_t}{dt} \quad (\text{B.19})$$

Het verschil tussen de welvaartsmaat en het nationale produkt bestaat wederom uit twee delen. Zoals in hoofdstuk 4 werd opgemerkt, interpreteert Hamilton (1994) de factor U_B/U_C als de prijs die nutsmaximaliserende consumenten bereid zijn te betalen voor één eenheid milieukwaliteit. $(U_B/U_C)B_t$ geeft de gemonetariseerde waarde van de voorraad milieukwaliteit weer.

De laatste factor in de welvaartsmaat in vergelijking B.19 geeft de verandering van de milieukwaliteit weer, uitgedrukt in wat één extra eenheid milieubelasting oplevert aan consumptiegoederen (marginale opbrengst van vervuiling) minus wat de bescherming van deze eenheid milieubelasting ons kost, uitgedrukt in de ratio van de kapitaal- of arbeidsproduktiviteit van beide goederen.

Literatuur

- Arrow, K.J., 1968, Applications of control theory to economic growth. In: G.B. Dantzig en A.F. Veinott Jr (red.), Mathematics of the decision sciences, part 2. American Mathematical Society, Providence (R.I.), blz. 85-119.
- Asheim, G., 1994, Net national product as an indicator for sustainability. In: Scandinavian Journal of Economics 96, blz.257-265.
- Azariadis, C., 1993, Intertemporal macroeconomics. Blackwell, Oxford.
- Blanchard, O.J. en S. Fischer, 1989, Lectures on macroeconomics. MIT Press, Cambridge (Mass.).
- Butter, F.A.G. den, M.W. Hofkes en H. Verbruggen, 1994, Hoe meten we duurzaamheid? Economisch Statistische Berichten 13-7-1994, blz.638-642.
- Dasgupta, P.S., en Heal, G.M., 1979, Economic theory and exhaustible resources. Nisbet / Cambridge University Press, Welwyn / Cambridge.
- Epstein, L.G. en Hynes, J.A., 1983, The rate of time preference and dynamic economic analysis. Journal of Political Economy 91, blz. 611-635.
- Hamilton, K., 1994, Pollution and pollution abatement in the National accounts. Paper prepared for the IARIW conference in Baden. Draft.
- Hartwick, J., 1990, Natural resources, national accounting and economic depreciation. Journal of Public Economics 43, blz. 291-304.
- Hueting, R., 1974, Nieuwe schaarste en economische groei, Proefschrift, Agon Elsevier, Amsterdam/Brussel.
- Hueting, R., P.R. Bosch en B. de Boer, 1992, Methodology for the calculation of sustainable national income, Centraal Bureau voor de Statistiek, Voorburg, Statistische Onderzoeken nr. M44.

- Hung, N.M., 1993, Natural resources, national accounting, and economic depreciation: stock effects. *Journal of Public Economics* 51, blz. 373-389.
- Mäler, K.-G., 1991, National accounts and environmental resources. *Environmental and Resource Economics* 1, blz. 1-15.
- Pezzey, J., 1994, The optimal sustainable depletion of non-renewable resources, paper presented at the 1994 AERE workshop, Boulder, Colorado.
- Solow, R.M., 1986, On the intergenerational allocation of natural resources. *Scandinavian Journal of Economics* 88, blz. 141-149.
- Takayama, A., 1972, *Mathematical economics*. Dryden, Hinsdale.
- Usher, D., 1994, Income and the Hamiltonian. *Review of Income and Wealth* 40, blz. 123-141.
- Uzawa, H., 1968, Time preference, the consumption function and optimum asset holdings. In: J.N. Wolfe (red.), *Value, capital and growth*. University of Edinburgh Press, Edinburgh.
- Vellinga, N., en C. Withagen, 1995, On the concept of green national income. Rapport, Technische Universiteit Eindhoven.
- Weitzman, M.L., 1976, On the welfare significance of national product in a dynamic economy. *Quarterly Journal of Economics* 90, blz. 156-162.